

8.  $\log_a b^p = \log_a b$ ,  $a > 0, a \neq 1, b > 0$ .

9.  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$ .

10.  $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ ,  $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ .

1. Вычислите (устно):

1)  $\log_2 16$

5)  $\lg 1$

2)  $\log_{\frac{1}{3}} 9$

6)  $\log_3 \frac{1}{81}$

3)  $\log_5 \frac{1}{125}$

7)  $\log_{0,2} 0,04$

4)  $\lg 10$

8)  $\lg 1000$

2. Вычислите (устно):

1)  $\log_{17} 1$

5)  $\log_{25} 5$

2)  $\log_{0,3} \frac{100}{9}$

6)  $\log_{64} \frac{1}{8}$

3)  $\lg 0,01$

7)  $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7}$

4)  $\log_{49} 7$

8)  $\log_{\sqrt{5}} 1$

3. Вычислите (устно):

1)  $\log_8 \sin \frac{\pi}{2}$

5)  $\log_9 \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$

2)  $\log_{0,25} \cos \frac{\pi}{4}$

6)  $\log_3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$

3)  $\log_4 \sin \frac{\pi}{6}$

7)  $\log_{\frac{1}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$

4)  $3 \log_{\frac{1}{8}} \cos \frac{\pi}{3}$

8)  $\log_9 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$

4. Вычислите:

1)  $\log_7 \operatorname{tg} 225^\circ$

5)  $\log_4 \sin \frac{3\pi}{4}$

2)  $\log_{0,3} \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$

6)  $\log_4 \cos \frac{7\pi}{4}$

3)  $\log_3 \operatorname{ctg}(-150^\circ)$

7)  $\log_{0,5} \cos \frac{5\pi}{3}$

4)  $\log_{\frac{1}{3}} \operatorname{tg}(-120^\circ)$

8)  $\log_2 \sin(-225^\circ)$

5. Вычислите.

Образец решения:

$$\log_{32} 16 = \log_{2^5} 2^4 = \frac{1}{5} \cdot 4 \cdot \log_2 2 = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

1)  $\log_4 32$

5)  $\log_{25} \frac{1}{125}$

2)  $\log_4 \frac{1}{128}$

6)  $\log_{\frac{1}{8}} 512$

3)  $\log_{\frac{1}{4}} 8$

7)  $\log_{1024} \frac{1}{16}$

4)  $\log_9 243$

8)  $\log_8 27$

6. Вычислите:

1)  $\log_{2\sqrt{2}} 8$

5)  $\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3}$

2)  $\log_{2\sqrt{2}} \frac{1}{64}$

6)  $\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}} 27$

3)  $\log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}$

7)  $\log_{\frac{\sqrt{3}}{27}} 243$

4)  $\log_5 \frac{1}{5\sqrt{5}}$

8)  $\log_{\frac{\sqrt{5}}{25}} 125$

7. Вычислите:

1)  $\log_4 \sqrt[3]{16} + \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8}$

5)  $\log_5 \frac{25}{\sqrt[3]{5}} - \log_7 \sqrt[3]{49}$

2)  $\lg 10 \sqrt{0,1} + \log_6 \sqrt{216}$

6)  $\log_6 \frac{36}{\sqrt[3]{6}} - \log_5 \sqrt[3]{25}$

3)  $\lg \sqrt{1000} - \log_3 \sqrt{243}$

7)  $\log_3 \frac{3}{\sqrt[5]{27}} + \log_2 \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{4^{-1}}}$

4)  $\log_3 27\sqrt{3} - \log_{16} \frac{1}{4}$

8)  $\log_7 \sqrt[10]{49} - \log_4 \frac{2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[15]{16}}$

8. Вычислите (устно):

1)  $0,5^{\log_{0,5} 6}$

3)  $0,04^{\log_{0,04} 8}$

2)  $10^{\lg 0,5}$

4)  $\pi^{\log_{\pi} 10}$

5)  $\sqrt{5}^{2 \log_5 3}$

7)  $(2\sqrt{3})^{2 \log_2 7}$

6)  $\sqrt{2}^{4 \log_4 3}$

8)  $(2\sqrt{2})^{2 \log_8 15}$

9. Вычислите (устно):

$$1) 4^{2 \log_4 10}$$

$$2) 2^{3 \log_2 5}$$

$$3) 25^{\log_5 3}$$

$$4) 3^{\log_{\sqrt{3}} 7}$$

$$5) 9^{\log_3 \sqrt{5}}$$

$$6) \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$$

$$7) 5^{-3 \log_5 \frac{1}{2}}$$

$$8) \left(\frac{1}{36}\right)^{\log_6 \frac{1}{3}}$$

10. Вычислите (устно):

$$1) 9^{\log_{16} 4}$$

$$5) 2^{\log_8 125}$$

$$2) 2^{\log_4 9}$$

$$6) 6^{\log_{\frac{1}{6}} 3}$$

$$3) \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{9}} 4}$$

$$7) 7^{\log_7 \sqrt{27}}$$

$$4) 5^{\log_{25} 49}$$

$$8) 8^{4 \log_{16} 3}$$

11. Вычислите (устно):

$$1) 5^{2+\log_5 3}$$

$$5) \left(\frac{1}{7}\right)^{-1+\log_7 \frac{1}{2}}$$

$$2) 12^{1-\log_2 2}$$

$$6) 3^{2-\log_3 18}$$

$$3) 10^{1-\lg 2}$$

$$7) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1+\log_{\frac{1}{3}} 4}$$

$$4) (\sqrt{5})^{2+\log_{\sqrt{5}} 6}$$

$$8) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2-\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{3}}$$

12. Вычислите (устно):

$$1) 0.5^{\frac{\log_{\frac{1}{2}} 3}{\sqrt{3}}}$$

$$5) 9^{\log_{49} 7}$$

$$2) 3^{\frac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}}{8}}$$

$$6) 8^{\log_{125} 5}$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{5}} 25}$$

$$7) 4^{\log_{25} 125}$$

$$4) 7^{\log_{25} 1}$$

$$8) 9^{\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}}$$

13. Вычислите (устно):

$$1) 3^{2-\log_3 5} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 5}$$

$$2) 25^{2-\log_5 75} - 7^{-\log_7 3}$$

$$3) 10^{3-\lg 4} - 49^{\log_7 15}$$

$$6) 2^{2-\log_2 5} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$$

$$4) 9^{3-\log_3 54} + 7^{-\log_7 2}$$

$$7) \left(\frac{1}{2}\right)^{3+\log_{\frac{1}{2}} 5} + 2^{\log_{\frac{1}{2}} 8}$$

$$5) 10^{2-\lg 2}$$

$$8) (0,04)^{1+\log_{10} 0,2} - (\sqrt{2})^{\log_{10} 25}$$

14. Вычислите:

$$1) 5^{1-\log_{25} 4} - 9^{-\log_9 2}$$

$$5) 2^{\log_{\sin \frac{\pi}{6}} 3} - 7^{1-\log_7 3}$$

$$2) 36^{\log_6 5} + 10^{1+\lg 2} - 3^{\log_9 36}$$

$$6) \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right)^{\log_2 25} + 4^{1+\log_2 \sqrt{3}}$$

$$3) 36^{\log_6 5} + 10^{2-\lg 4} + 4^{\log_4 49}$$

$$7) 32^{\log_2 \sqrt[5]{\sqrt{2}-19}} - 25^{\log_5 \sqrt{\sqrt{2}-17}}$$

$$4) 0,36^{\log_{0,6} 4} + 4^{2-\log_4 2} - 3^{\log_3 16}$$

$$8) 125^{\log_5 \sqrt[3]{15+\sqrt{3}}} + 8^{\log_2 \sqrt[3]{14-\sqrt{3}}}$$

15. Вычислите:

$$1) \frac{1}{3}(1+9^{\log_3 7})^{\log_{50} 3}$$

$$5) \frac{2}{5}(\log_3 81 + 16^{\log_2 3})^{\log_{25} 25}$$

$$2) \frac{1}{5}(3+8^{\log_3 3})^{\log_{30} 5}$$

$$6) (\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{\lg 5}$$

$$3) 0,25(1+4^{\log_2 5})^{\log_{24} 4}$$

$$7) (\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{\log_5 7}$$

$$4) 0,4\left(2+\sqrt{3}^{\log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{16}}\right)^{\log_4 5}$$

$$8) (\log_2 7 - 3 \log_8 3,5 + 1)^{\log_4 9}$$

16. Вычислите.

Образец решения:

$$\log_{\frac{1}{3}} \log_3 27 = \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1.$$

Ответ: -1.

$$1) \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$$

$$5) e^0 \cdot \log_2 \lg 100$$

$$2) \log_3 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$$

$$6) \pi^0 \cdot \log_3 \lg 1000$$

$$3) \log_9^{-2} \log_2 8$$

$$7) \log_4 \log_{14} 196 + \log_5 \sqrt{5}$$

$$4) \log_4^{-1} \log_{\sqrt{7}} 7$$

$$8) \log_4 \log_{11} 121 + \log_4 8$$

17. Вычислите:

$$1) \log_2 \log_2 \sqrt[4]{\sqrt{2}}$$

$$2) -\log_3 \log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$$

3)  $\log_2 \log_4 \log_8 64$

4)  $\log_3(-\log_{\frac{1}{3}} 27)$

5)  $\log_{0,5}(-\log_{0,1} \sqrt{10})$

18. Вычислите:

1)  $16^{\log_4 3 - 0,25 \log_2 3}$

2)  $81^{\log_9 2 - 0,25 \log_3 2}$

3)  $4^{0,5 \log_4 9 - 0,25 \log_2 25}$

4)  $4^{\log_2 5 + \log_{\frac{1}{4}} 10}$

19. Вычислите:

1)  $5^{\log_{\sqrt{5}} 4 - \log_5 2 + 2 \log_{25} 3}$

2)  $2^{4 \log_2 3 - 1} + 3^{2 - \log_3 18} - 40$

3)  $2^{3 \log_3 5 + 4} + 4^{2 \log_4 3} - 2009$

4)  $36^{\frac{1}{2} - \log_6 5} - 5^{\log_5 5} + 2^{3 - \log_2 10} + 4$

6)  $\log_2(5 - \log_{0,2} 125)$

7)  $\lg \sqrt[8]{8 - \log_{\frac{1}{3}} 2,25}$

8)  $\log_{0,5} \sqrt[3]{10 + \lg 0,01}$

20. Вычислите, используя формулу  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ .

1)  $5^{\frac{1}{\log_6 5}}$

2)  $7^{\frac{1}{\log_7 7}}$

3)  $11^{\frac{1}{4 \log_{16} 11}}$

4)  $9^{\frac{1}{\log_4 81}}$

5)  $81^{\frac{1}{\log_5 9}}$

6)  $27^{\frac{1}{3 \log_{16} 81}}$

7)  $2^{\frac{1}{\log_{\sqrt{3}} 2}}$

8)  $2^{\frac{1}{\log_{\sqrt{6}} 2}}$

21. Вычислите:

1)  $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$

2)  $\sqrt{169^{\frac{1}{\log_{20} 13}} + 9^{\frac{1}{\log_{15} 3}}}$

3)  $\sqrt{6^{2 - \frac{1}{\log_3 6}} + 27^{\frac{1}{3 \log_{16} 3}} + 5}$

4)  $\sqrt{3^{1 + \frac{1}{2 \log_4 3}} + 8^{\frac{1}{3 \log_9 2}} + 1}$

5)  $\frac{81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 3^{\frac{1}{3 \log_7 9}}}{674} \cdot \left( \left( \sqrt{5} \right)^{\frac{2}{\log_6 5}} - 4^{\frac{1}{\log_9 4}} \right)$

6)  $\frac{81^{\frac{1}{\log_9 9}} + 3^{\frac{1}{3 \log_6 9}}}{241} \cdot \left( \left( \sqrt{7} \right)^{\frac{2}{\log_{25} 7}} - 625^{\log_{25} 6} \right)$

7)  $10^{\frac{2}{\log_2 10}} \cdot 2^{\log_2^2 6} - 4 \cdot 6^{\log_2 6} + (\sqrt{2})^{\log_2 16}$

8)  $7^{\frac{2}{2 \log_7 7}} \cdot 7^{\log_7^2 8} - \sqrt{3} \cdot 8^{\log_7 8} + (\sqrt{7})^{\log_7 9}$

22. Вычислите, используя формулу  $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ .

1)  $\log_2 10 \cdot \lg 32$

5)  $\log_{\frac{1}{4}}(\log_2 3 \cdot \log_3 2)$

2)  $\log_4 6 \cdot \log_{\sqrt{6}} 16$

6)  $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 6 \cdot \log_6 3)$

3)  $5 \log_3 25 \cdot \log_5 81 + 15^{\log_5 7}$

7)  $\log_{\frac{1}{4}}(\log_2 3 \cdot \log_3 4)$

4)  $\log_6 3 + \log_6 72 + \log_4 7 \cdot \log_{\sqrt{7}} 2 + 5^{\log_5 3}$

8)  $\log_2(\log_{\sqrt{2}} 9 \cdot \log_{\sqrt{3}} 2)$

23. Вычислите:

1)  $81^{-\log_{\frac{1}{2}} 3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 4 + 2,5}$

5)  $(\log_3 4 + \log_2 9)^2 - (\log_3 4 - \log_2 9)^2$

2)  $64^{-\log_{\frac{1}{3}} 2 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 9 + 1,5}$

6)  $(\log_2 49 - \log_7 \sqrt{2})^2 - (\log_2 49 + \log_7 \sqrt{2})^2$

3)  $\log_3 64 \cdot \log_2 \frac{1}{27}$

7)  $\log_6 4 + \log_6 9 + \log_4 6 \cdot \log_{\sqrt{6}} 2 + 5^{\log_5 2}$

4)  $\log_3 10 \cdot \lg 27$

8)  $\log_3 36 - \log_3 4 + \log_3 36 \cdot \log_6 9 - 7^{\log_7 2}$

24. Вычислите.

Образец решения:

$$2^{\frac{1}{2 \log_5 2}} \cdot 5^{\log_2^2 5} - \sqrt{5} \cdot 2^{\log_5 2} - \left( \frac{1}{3} \right)^{\log_3 0,04} = 2^{\log_2 \frac{1}{5^2}} \cdot (5^{\log_5 2})^{\log_5 2} -$$

$$-\sqrt{5} \cdot 2^{\log_5 2} - 3^{-\log_3 \frac{1}{25}} = \sqrt{5} \cdot 2^{\log_5 2} - \sqrt{5} \cdot 2^{\log_5 2} - 25 = -25.$$

Ответ: -25

1)  $3^{\frac{1}{\log_5 3}} \cdot 3^{\log_3^2 4} - 5 \cdot 4^{\log_3 4}$

2)  $\left( \frac{1}{4} \right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3} \cdot 7^{\log_2^2 2} - 9 \cdot 2^{\log_7 2}$